

# Langfristige Stabilität der Bilanz eines Lebensversicherers

---

Jörn Sass

joern.sass@rptu.de RPTU Kaiserslautern-Landau, D

Gemeinsames Projekt mit

Maximilian Diehl, Roman Horsky, Susanne Reetz

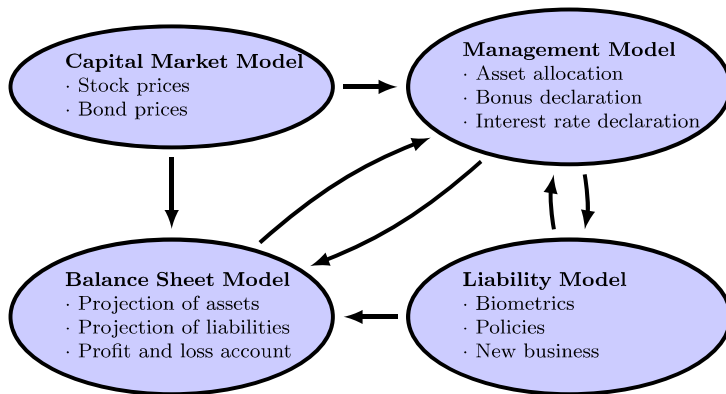
SAV/AFIR, Basel, 1. September 2023

**Ziele:** Entwicklung eines stochastischen Asset-Liability-Management (ALM)-Modells eines Lebensversicherers und einer geeigneten Kompression des Versichertenportfolios sowie Untersuchung des Einflusses interner und externer Faktoren auf die Bilanz.

## Überblick:

- ▶ Asset-Liability-Management eines Lebensversicherers
- ▶ Einige Modelldetails und Management-Entscheidungen
- ▶ Entwicklung der Bilanz
- ▶ Kompression und Modellpunkte
- ▶ Simulationsergebnisse
- ▶ Zusammenfassung

- ▶ Wie im Finanzmarkt investieren? → **Asset-Management (AM)**
- ▶ Wie Solvenz sicherstellen? → **Liability-Management (LM)**



# Herausforderungen in Lebensversicherung & bei Simulation der Bilanz

---

- ▶ Herausforderungen in der Lebensversicherung
  - ▶ Hohe Vertragslaufzeiten ohne Möglichkeit der Prämienanpassung
  - ▶ Niedrige Marktzinsen aber hohe Verpflichtungen aus alten Verträgen;  
Daher Notwendigkeit im Finanzmarkt zu investieren
  - ▶ Zusätzlich strenge regulatorische Solvenzanforderungen
  - ▶ Weitere Risiken, z.B. Langlebigkeit, Heterogenität, Storno, ...
- ▶ Herausforderungen in der Simulation
  - ▶ Hohe Anzahl an Verträgen
  - ▶ Viele relevante Faktoren
  - ▶ Langer Zeithorizont, insbesondere für Stabilitätsaussagen
  - ▶ Abhängigkeit vom Ausgangsversichertenportfolio

# Bilanz und doppelte Buchführung

| Aktiva (Assets)       |         | Passiva (Liabilities)                                      |       |
|-----------------------|---------|------------------------------------------------------------|-------|
| Anleihen (bonds)      | $C_k^b$ | Eigenkapital (equity)                                      | $Q_k$ |
| Aktien (stocks)       | $C_k^s$ | freie RfB (free reserve)                                   | $F_k$ |
| Liquide Mittel (cash) | $C_k^c$ | versicherungstechnische Rückstellungen (actuarial reserve) | $A_k$ |
|                       |         | gebundene RfB (bonus reserve)                              | $B_k$ |
|                       |         | Verbindlichkeiten bei Banken (liabilities to banks)        | $L_k$ |
| Total                 | $C_k$   | Total                                                      | $C_k$ |

Tabelle: Aufbau der betrachteten Bilanz zur Zeit  $t_k$   
RfB = Rückstellung für Beitragsrückerstattung

- ▶ **Doppelte Buchführung:** Die Modellierung erfolgt so, dass alle Entscheidungen und Fortschreibungen in die Zukunft auf der Asset- und der Liability-Seite erfolgen.
- ▶ Dies dient der Kontrolle, beide Seiten müssen am Ende übereinstimmen.

# Finding the Balance in Modeling the Balance Sheet

is important!

## Einige Modellprinzipien:

- ▶ In unserem Modell entscheidet das **Management** des Lebensversicherers über die **Anlagestrategie** und die **Gewinnbeteiligung** der Versicherten.
- ▶ Als Lebensversicherungsverträge betrachten wir **gemischte Versicherungen**, die mindestens die mit **garantiertem Zins**  $\hat{i}_G$  verzinsten Prämien ausbezahlen. Bonuszahlungen über RfB sind möglich.
- ▶ Weitere Faktoren sind modelliert. Modellverfeinerungen wären an vielen Stellen ohne großen Aufwand möglich.
- ▶ Wir folgen europäischem (insbesondere deutschem) Recht sofern möglich.

- ▶ Anleihen- und Aktienmarkt, Handel in diskreter Zeit, zu  $t_k$ .
- ▶ Diskretisierte Version des **Vasiček-Modells** für Anleihenmarkt,

$$r_k = r_{k-1} + (b - ar_{k-1}) \Delta t + \sigma_r \Delta_k W_r$$

mit  $\Delta_k W_r := W_r(t_k) - W_r(t_{k-1})$  für Brownsche Bewegung  $W_r$  unter subjektivem Wahrscheinlichkeitsmaß  $P$ , und  $b = \tilde{b} + \lambda \sigma_r \in \mathbb{R}$ ,  $a = \tilde{a} > 0$ ,  $\sigma_r > 0$  Parameter unter risikoneutralem Maß  $Q$ . Preis einer Nullkuponanleihe mit Laufzeit  $T$  ist

$$p(t_k, T) = A(t_k, T) \exp(-r_k B(t_k, T))$$

mit bekannten deterministischen Funktionen  $A$  und  $B$ .

- ▶ Aktienkurse folgen einem diskretisierten **Black-Scholes-Modell**,

$$s_k = s_{k-1} \exp \left\{ \left( \mu_s - \frac{1}{2} \sigma_s^2 \right) \Delta t + \sigma_s \Delta_k W_s \right\},$$

mit Drift  $\mu_s \in \mathbb{R}$ , Volatilität  $\sigma_s > 0$  und Korrelation  $\rho$  von  $W_s(t)$ ,  $W_r(t)$ .

- ▶ Später berücksichtigen wir auch **Crashes** im Aktien- und Anleihenmarkt.

## Managemententscheidung: Anlagestrategie

- ▶ Abhängig von Zahlungsströmen im Versicherungsgeschäft (Prämieneinnahmen, Auszahlungen), Kreditrückzahlungen, Zins- und Kursänderungen.
- ▶ Im Intervall  $(t_{k-1}, t_k)$  Anzahlen  $\varphi_k^s$  und  $\varphi_k^b$  an Aktien und Anleihen mit Laufzeit  $\tau$  gekauft in  $t_{k-1}$ .
- ▶  $C_k^B$  aggregiertes Kapital in Anleihen,  $C_k^L$  Position in liquiden Mitteln.
- ▶ Anzahlen an Aktien und gekaufter Anleihen sind

$$\varphi_k^s = \frac{C_k^{s,tar}}{S_{k-1}} \quad \text{und} \quad \varphi_k^b = \frac{C_k^L - C_k^{s,tar}}{p(t_{k-1}, t_{k-1} + \tau)},$$

wobei  $C_k^{s,tar}$  Zielgröße des Managements für Aktienposition.

- ▶ **CM-Strategie (constant mix)** Ziel ist fixer Aktienanteil  $\pi^{s,tar} \in [0, \pi^{s,max}]$ . Dies ergibt anvisierte Aktienposition

$$C_k^{s,tar} = \min \{ C_k^L, \pi^{s,tar} \cdot (C_k^B + C_k^L) \}.$$

- ▶ **CPPI-Strategie (constant proportion portfolio insurance):**

$$C_k^{s,tar} = \min \{ \min \{ C_k^L, m^{CPPI} \cdot \max \{ Q_{k-1} + F_{k-1}, 0 \} \}, \pi^{s,max} \cdot (C_k^B + C_k^L) \}$$

## Managemententscheidung: Deklaration des Zinssatzes

- ▶ Das Management entscheidet auch über die **Verwendung der Gewinne**.
- ▶ Üblicherweise führt ausreichend sorgfältige Prämienkalkulation zu Gewinnen, die den Versicherten zuzuordnen sind und an das Kollektive verteilt werden.
- ▶ In unserem Modell erfolgt erst eine Zuordnung zur freien RfB  $F_{k-1}$  und später eine Ausschüttung an die individuellen Verträge. Dies erfolgt durch Anpassung des **Zinssatzes**,

$$\hat{i}_k = \begin{cases} \max \left\{ \hat{i}_G, \omega \cdot (\gamma_{k-1} - \gamma) \right\}, & \text{falls } k \equiv 1 \pmod{\frac{1}{\Delta t}} \\ \hat{i}_{k-1}, & \text{sonst,} \end{cases}$$

zu Jahresanfang, d.h. zu  $t_{k-1}$  mit  $k \equiv 1 \pmod{\frac{1}{\Delta t}}$ . Der Parameter  $\omega$  wird durch das Management festgelegt und gewichtet die Abweichung zwischen Anteil der freien RfB

$$\gamma_{k-1} = \frac{F_{k-1}}{(F_{k-1} + V_{k-1})}$$

und Zielanteil  $\gamma \in [0, 1]$ .

- Gewöhnliche Versicherung mit Todes- und Erlebensfallzahlungen.

### Satz

Es gilt für alle  $k = 1, \dots, K$ :

$$A_k = \left(1 + \hat{i}_G\right)^{\Delta t} \cdot (A_{k-1} + P_{k-1}) - \left(E_k^G + T_k^G + \frac{1}{\vartheta} S_k^G\right),$$

$$B_k = \left(1 + \hat{i}_k\right)^{\Delta t} \cdot B_{k-1} + \left(\left(1 + \hat{i}_k\right)^{\Delta t} - \left(1 + \hat{i}_G\right)^{\Delta t}\right) \\ \cdot (A_{k-1} + P_{k-1}) - \left(E_k^B + T_k^B + \frac{1}{\vartheta} S_k^B\right)$$

$$V_k = \left(1 + \hat{i}_k\right)^{\Delta t} \cdot (V_{k-1} + P_{k-1}) - \left(E_k + T_k + \frac{1}{\vartheta} S_k\right).$$

- ▶ Weitere Entscheidungen: Vorgehen zur Begleichung der Verpflichtungen:  
Geld aus auslaufenden Anleihen, Verkauf nicht benötigter Anleihen, Verkauf von Aktien, kurzfristige Kredite (over-night), langfristige Kredite (Emittierung von Anleihen).

### Theorem

Betrachte die gewöhnliche Versicherung. Gilt die Bilanzgleichung zu Beginn, d.h.,

$$C_0^s + C_0^b + C_0^c = A_0 + B_0 + F_0 + Q_0 + L_0,$$

so gilt für alle  $k = 0, \dots, K$

$$C_k^s + C_k^b + C_k^c = A_k + B_k + F_k + Q_k + L_k.$$

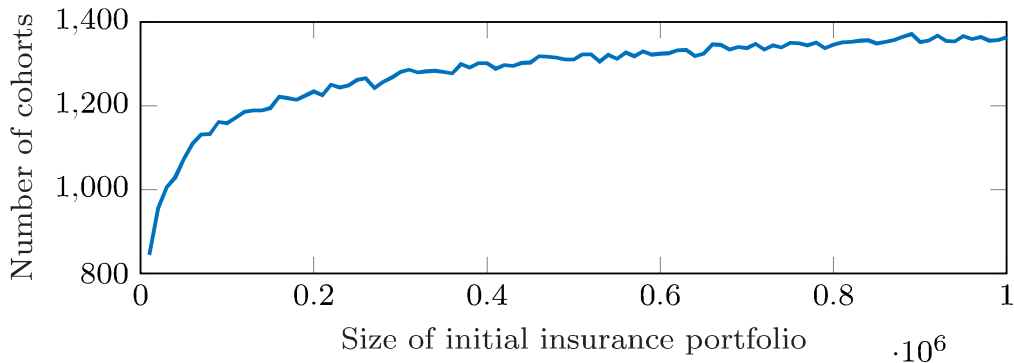
## Kohorten, Modellpunkte (model points):

- ▶ Üblicherweise große und sehr heterogene Versichertenportfolios. Simulation aller Verträge in der Regel **nicht möglich**.
- ▶ **Allgemeiner Ansatz**: Zusammenfassung ähnlicher Verträge und Simulation nur eines repräsentativen Vertrages pro Kohorte.
- ▶ **Unsere Kriterien** für Festlegung eines **Modellpunkts**: Gleiches Geschlecht, ganzzahliges aktuelles Alter, ganzzahliges Austrittsalter.
- ▶ Aktuelles Alter und Austrittsalter eines repräsentativen Versicherten werden **zufällig** gezogen. Wir beachten auch die **Entwicklung der Größe** jeder Kohorte.
- ▶ Weitere Kennzahlen werden als durchschnittliche Werte betrachtet.

## Integration des Neugeschäfts:

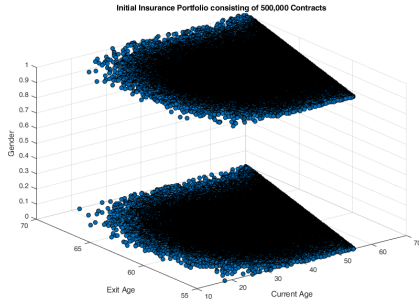
1. Sortiere neue Verträge in neue Kohorten (nach den gleichen Kriterien).
2. Fasse Kohorten mit bestehenden zusammen falls möglich.
3. Passe Kennzahlen an (Versicherungssumme, Prämienzahlungen).

## Anzahl von Kohorten zu Beginn (Modellpunkte)

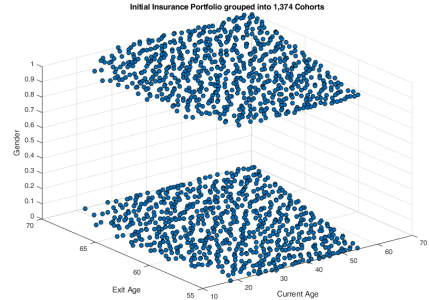


Anzahl erzeugter Modellpunkte in Abhängigkeit von der Größe des Versichertenportfolios

# Bestandsverdichtung: Kompression eines Versichertenportfolios



Aktuelles Versichertenportfolio  
(500 000 Verträge).

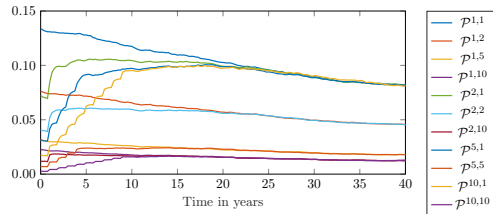
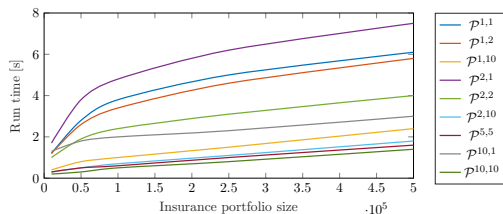


Komprimiertes Versicherungsportfolio  
(1 374 Kohorten).

- Maximale Anzahl der Kohorten lässt sich aus Modellparametern berechnen.

# Effizienz und weitere Kompressionsschemata

- ▶ Ein Simulationsdurchlauf mit 500 000 Verträgen zu Beginn.
- ▶ Benötigt 6.1s für das komprimierte Portfolio und 300s für das nicht-komprimierte.
- ▶ Verallgemeinertes Kompressionsschemata:  $\mathcal{P}^{b_1, b_2}$ : Intervalle mit Längen  $b_1$  für aktuelles Alter und  $b_2$  für Austrittsalter. Wir verwenden  $\mathcal{P}^{1,1}$ .



Laufzeit und Kompressionsfaktoren für verschiedene Schemata

# Parameterwahl für Simulationsstudie I

| Parameter              | Description                             | Value                                                                             |
|------------------------|-----------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|
| <b>General setting</b> |                                         |                                                                                   |
| $\mathcal{Y}$          | Current calendar year                   | 2021                                                                              |
| $\mathcal{T}$          | Time horizon                            | 50 years                                                                          |
| $\Delta t$             | Period length                           | 0.25 years                                                                        |
| $\delta_0$             | Initial size of the insurance portfolio | 500,000                                                                           |
| $\delta_k^{new}$       | Number of new customers in period $k$   | $\sim \text{Poi}(\Lambda_k)$                                                      |
| $\Lambda_k$            | Poisson parameter in $\delta_k^{new}$   | $\sim \text{Beta}(\alpha_k, \beta_k, 0.5\% \cdot \delta_0, 2.2\% \cdot \delta_0)$ |
| $\kappa$               | Surrender probability parameter         | 3%                                                                                |
| $\gamma_0$             | Initial reserve rate                    | 10%                                                                               |
| $\psi_0$               | Initial fraction of own funds           | 12%                                                                               |
| $\pi_0^s$              | Initial ratio of stocks                 | 10%                                                                               |
| $\pi_0^c$              | Initial ratio of cash                   | 6.03%                                                                             |
| $\pi^{s,\max}$         | Maximum stock ratio                     | 35%                                                                               |
| $L_0^+$                | Initial bridging credit                 | 0                                                                                 |
| $L_0$                  | Initial value of liabilities to banks   | 0                                                                                 |

## Grundlegende Parameterwahl

# Parameterwahl für Simulationsstudie II

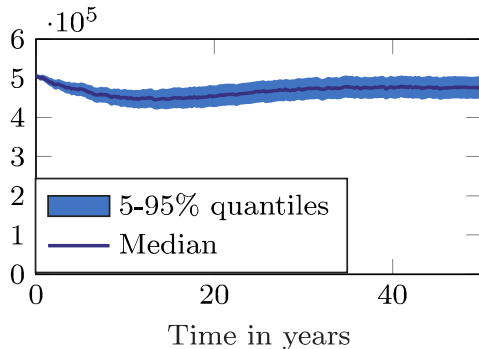
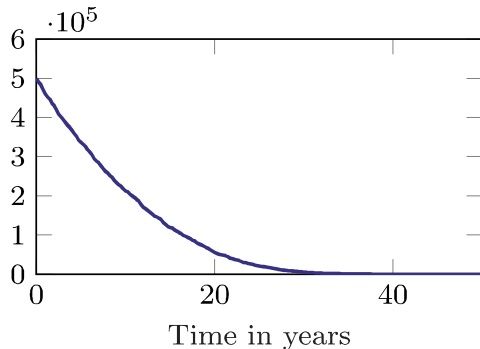
| Management model     |                                       |         |
|----------------------|---------------------------------------|---------|
| $\pi^{s,\text{tar}}$ | Target stock ratio in the CM strategy | 10%     |
| $m^{\text{CPPI}}$    | Multiplier in the CPPI strategy       | 2       |
| $\tau$               | Maturity of bonds                     | 3 years |
| $\hat{i}_G$          | Annual guaranteed interest rate       | 0.9%    |
| $\gamma$             | Target reserve rate                   | 0.1     |
| $\omega$             | Distribution ratio                    | 0.3     |
| $\alpha$             | Participation rate                    | 0.9     |
| $\vartheta$          | Surrender factor                      | 0.9     |

| Capital market model |                                              |      |
|----------------------|----------------------------------------------|------|
| $a$                  | Speed of reversion of the short rate process | 0.5  |
| $b/a$                | Long-term mean of the short rate process     | 0.7% |
| $\lambda$            | Market price of risk parameter               | 2%   |
| $\sigma_r$           | Volatility of the short rate process         | 3%   |
| $r_0$                | Initial value of the short rate process      | 0.5% |
| $\mu_s$              | Drift of the stock price process             | 4%   |
| $\sigma_s$           | Volatility of the stock price process        | 20%  |
| $s_0$                | Initial value of the stock price process     | 100  |
| $\rho$               | Correlation between short rate and stock     | -10% |

| Liability Model |                                       |                                                            |
|-----------------|---------------------------------------|------------------------------------------------------------|
| $g$             | Gender                                | $\sim B(0.5)$                                              |
| $\underline{x}$ | Entry age                             | $\sim \mathcal{N}(36, 36) \mid \underline{x} \in [15, 55]$ |
| $\overline{x}$  | Exit age                              | $\sim \mathcal{N}(62, 5) \mid \overline{x} \in [55, 70]$   |
| $x$             | Current age                           | $\sim \mathcal{U}(\underline{x}, \overline{x})$            |
| $P$             | Constant, periodical premium payments | $\sim \mathcal{U}(50, 500)$                                |
| $B_0$           | Initial value of the bonus account    | 0                                                          |

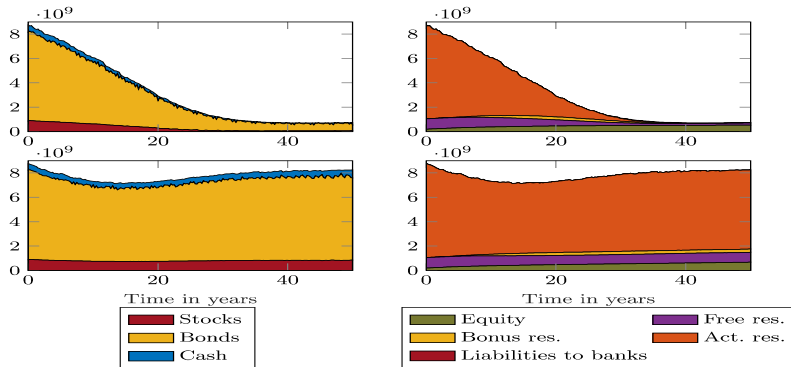
## Weitere Parameter

## Abwicklungs- (Run-off) versus Neukundengeschäft: Versichertenanzahl



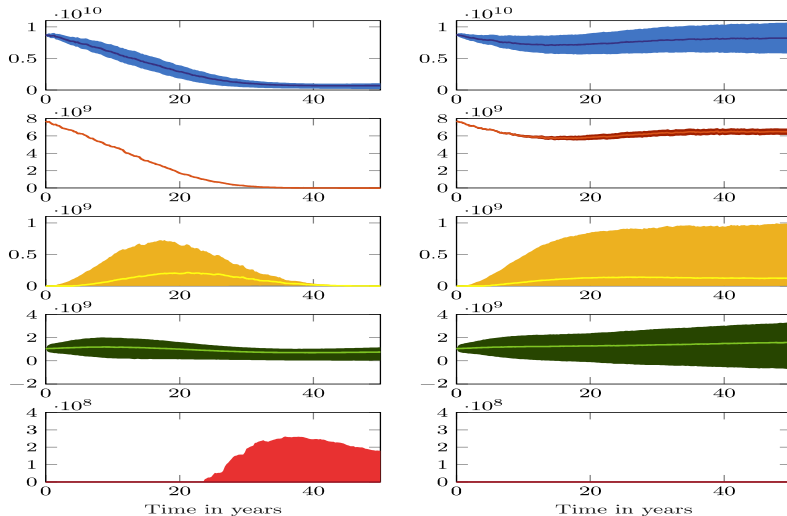
Entwicklung der Größe des Versichertenportfolios.  
Links: Run-off, Rechts: Mit Neukundengeschäft

# Run-off versus Neugeschäft: Bilanz



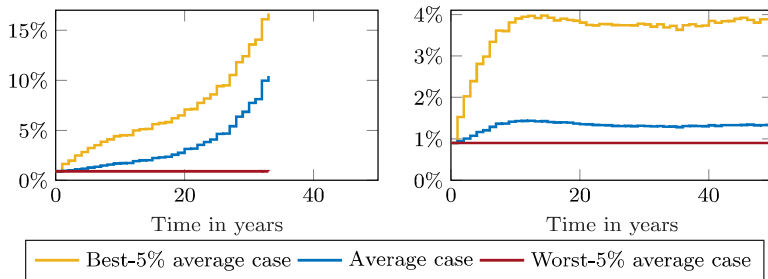
Erwartete Bilanzstruktur.  
Oben: Run-off. Unten: Mit Neugeschäft.  
Links: Assets, Rechts: Liabilities

# Run-off versus Neugeschäft: Einzelne Positionen



Ges.Kapital, Deckungskapital, gebundene RfB, Eigenkapital, Schulden

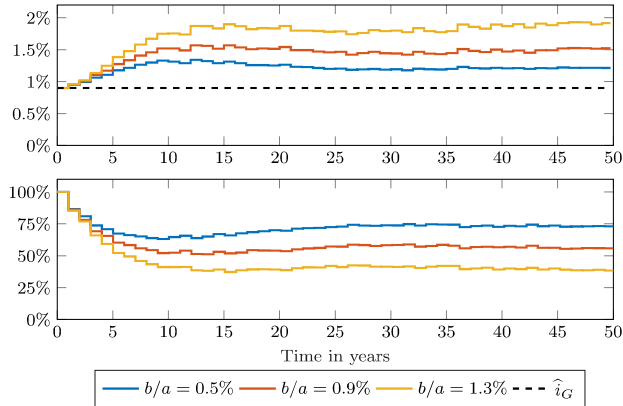
## Run-off versus Neugeschäft: Festgelegter Zinssatz



Festgelegter Zinssatz  $\hat{i}_k$ .  
Links: Run-off, Rechts: Mit Neugeschäft

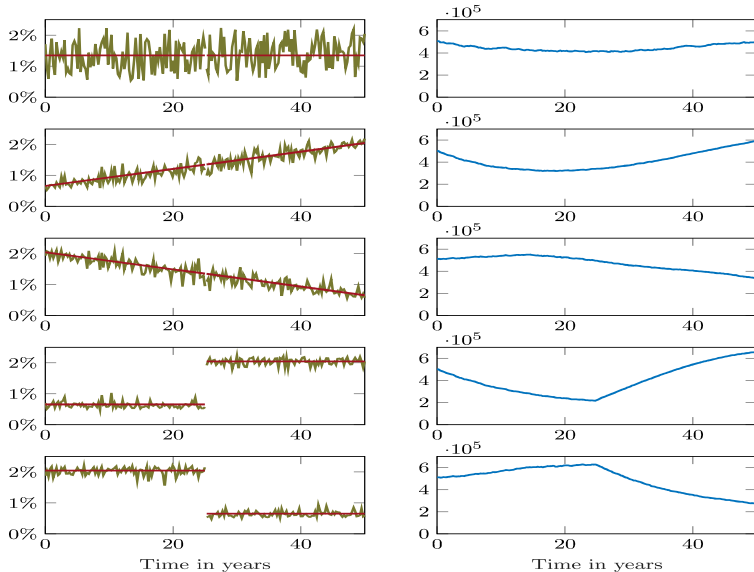
- ▶ Extreme Entwicklung bei Run-off konsistent mit Literatur.
- ▶ Effekt entsteht durch Konvergenz des Deckungskapitals gegen 0.

## Mit Neugeschäft: Sensitivität des festgelegten Zinssatzes



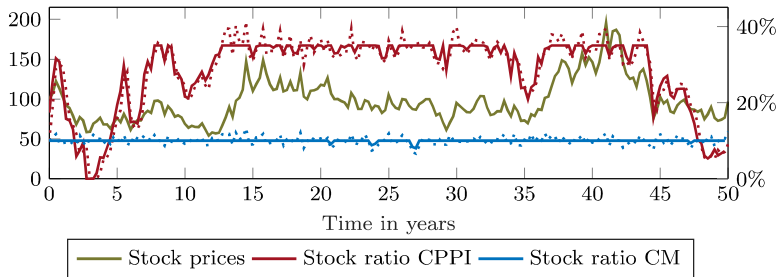
Durchschnittlicher festgelegter Zinssatz (oben) und Wahrscheinlichkeit, dass genau der garantierte Zinssatz gezahlt wird (unten), jeweils in den angegebenen drei Szenarien

# Felxibilität des Modells: Szenarien für das Neukundengeschäft



## Vergleich der CM- und CPPI Straten: Aktienanteil

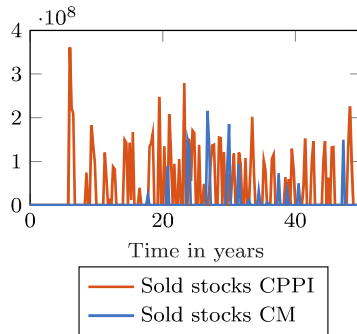
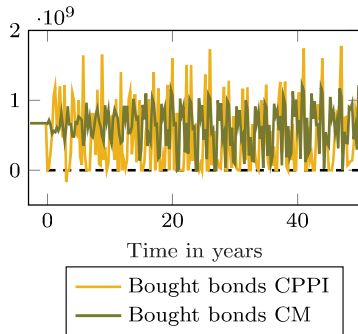
- ▶ CM-Strategie mit Ziel-Aktienanteil 10%
- ▶ CPPI-Strategie mit maximalem Aktienanteil 35% und Multiplier 2



Aktienanteil vor (gepunktet) und nach Umschichtung

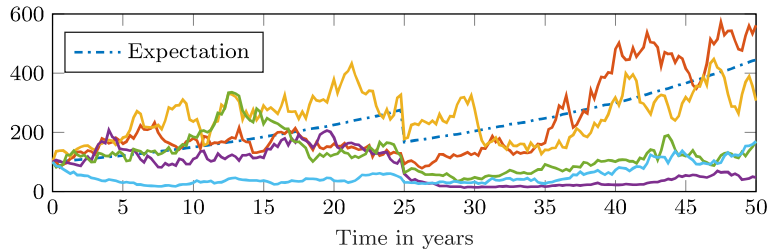
## Vergleich der CM- und der CPPI Strategie: Handelsvolumen

- ▶ Anleihen mit Laufzeit 3 Jahre.
- ▶ ALM legt Reihenfolge fest, in der Assets für Begleichung der Verbindlichkeiten verwendet werden.



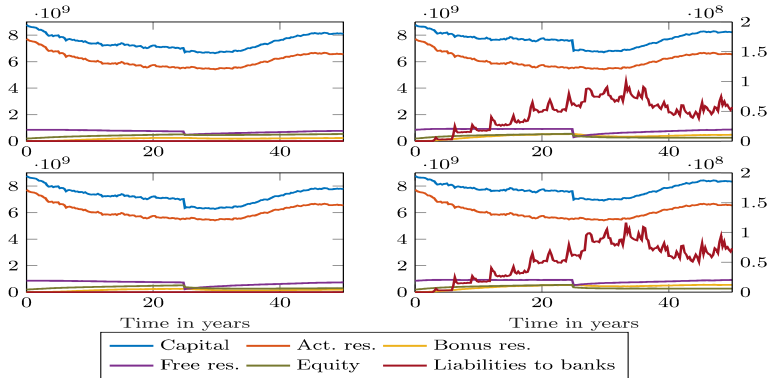
Anzahl gekaufter Anleihen als Investment und Anzahl verkaufter Aktien für Verbindlichkeiten

# Crashszenario für den Aktienmarkt



Fünf Realisierungen der Aktienkurse und deren erwartete Entwicklung im Falle eines Kurssturzes  $(t^C, z^C)^s = (25, 0.4)^s$

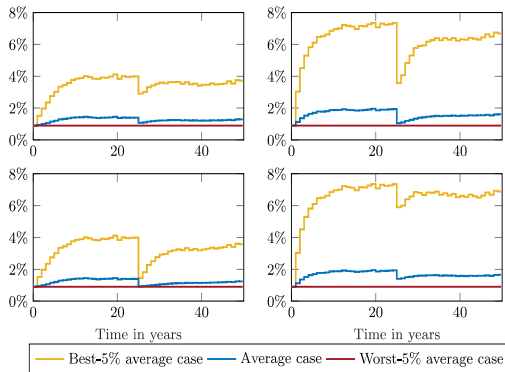
# Crashes im Anleihen- oder Finanzmarkt: Erwartete Bilanzpositionen



Erwartete Bilanzpositionen im Falle eines Aktienmarktcrashes  $(t^C, z^C)^s = (25, 0.4)^s$  (oben) und in Fall eines Anleihencrashes  $(t^C, z^C)^b = (25, 0.1)^b$  (unten).

Die Skala ganz rechts ist nur für die Verbindlichkeiten gegenüber Banken. Links: CM, rechts: CPPI.

# Crashes im Anleihen- oder Finanzmarkt: Festgelegter Zinssatz



Festgelegter Zinssatz  $\hat{i}_k$  Aktienmarktcrashes  $(t^C, z^C)^s = (25, 0.4)^s$  (oben) und im Fall eines Anleihenmarktcrashes  $(t^C, z^C)^b = (25, 0.1)^b$  (unten). Links: CM, rechts: CPPI.

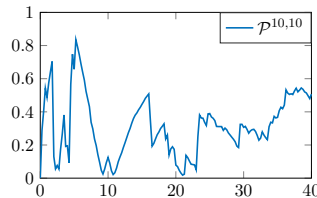
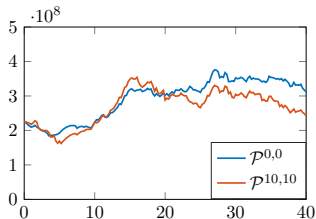
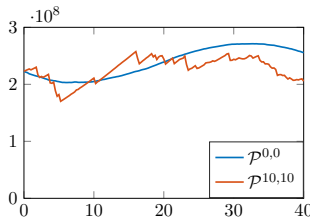
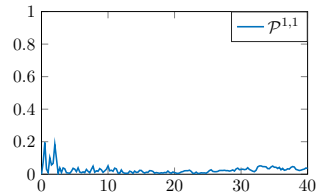
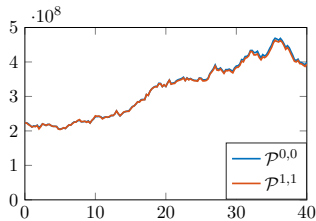
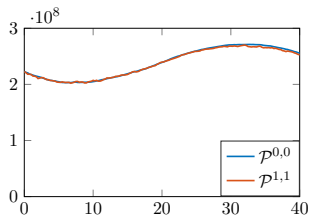
## Crashes im Anleihen- und/oder Finanzmarkt, zufällig in Zeit und Größe

| Crashes in   | $\Delta(F_k + Q_k) \cdot 10^8$ | $\Delta L_k$                    | $\Delta PD$ in pp | $\Delta \hat{i}_k$ in pp | $\Delta \mathcal{B}_k$ in % |
|--------------|--------------------------------|---------------------------------|-------------------|--------------------------|-----------------------------|
| Stocks       | -0.7/ - 2.0                    | $0/10.0 \cdot 10^6$             | 4.08/7.47         | -0.03/ - 0.11            | -0.29/ - 1.01               |
| Bonds        | -7.9/ - 8.0                    | $6.8 \cdot 10^5/8.5 \cdot 10^7$ | 34.49/17.76       | -0.12/ - 0.22            | -1.02/ - 1.85               |
| Both         | -8.4/ - 9.6                    | $4.1 \cdot 10^5/9.5 \cdot 10^7$ | 36.16/21.97       | -0.13/ - 0.30            | -1.20/ - 2.57               |
| Both at once | -8.7/ - 10.0                   | $2.2 \cdot 10^5/1.1 \cdot 10^8$ | 37.50/23.12       | -0.12/ - 0.28            | -1.09/ - 2.26               |

Tabelle: Durchschnittliche Änderung pro Periode durch Crash im Aktien oder Anleihenmarkt oder in beiden, jeweils für CM-/CPPI-Strategie. Die Durchschnitte basieren auf  $N = 10\,000$  simulierten Pfaden. Die letzte Zeile betrachtet den zeitgleichen Crash beider Märkte zu zufälliger Zeit und zufälliger Höhe.

# Zuverlässigkeit der Kompressionsmethode

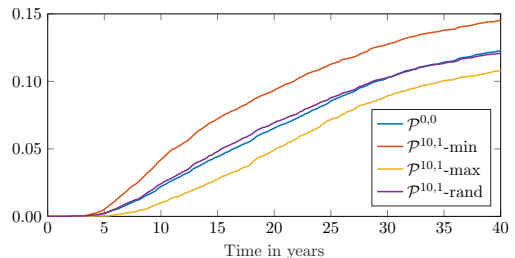
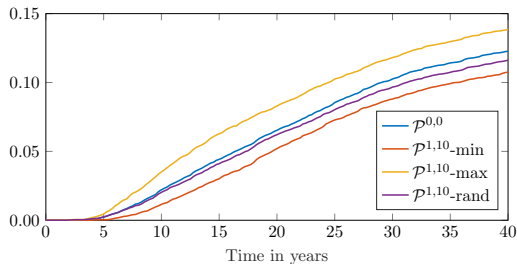
- 10 000 Verträgen zu Beginn, Vergleich zu  $\mathcal{P}^{0,0}$  (keine Komprimierung)



Mittlere Entwicklung, größte Abweichung, Totalvariationsabstand des Ges.Kapitals

## Alternative Wahl des repräsentativen Versicherten

- Wahl von aktuellem und Austrittsalter pro Kohorte bisher durch Zufallsauswahl.



### Ruinwahrscheinlichkeiten für verschiedene Wahlen des repräsentativen Versicherten

- (Noch) kein rigoroses Resultat zur Gültigkeit der Einschachtelung

- ▶ ALM-Modell mit zugehöriger Bilanz und doppelter Buchführung
- ▶ Bestandsverdichtung und Modellpunkte, Ausblick auf Zuverlässigkeit
- ▶ Modell (und Implementierung) modular, Erweiterungen/Verfeinerungen möglich
- ▶ Details und mehr Simulationsergebnisse in:  
*Diehl, Horsky, Reetz, Sass (2023): Long-term stability of a life insurer's balance sheet. European Actuarial Journal (EuAJ) 13, 147–182.*

Weitere Untersuchungen in Dissertation von Maximilian Diehl, zum Beispiel zur Zuverlässigkeit der Bestandsverdichtung (Preprint) und zu weiteren Strategien.

- ▶ Literatur siehe dort bzw. Auswahl auf nächster Folie.

Es gibt darunter zahlreiche Arbeiten,

- ▶ die sich detaillierter mit speziellen Details beschäftigen,
- ▶ die die Bilanz weiter generalisieren,
- ▶ oder die die Wahl der Modellpunkte für weitere Vertragsarten untersuchen.

- ▶ **Vielen Dank für die Aufmerksamkeit!**

- 
- Bohnert A, Gatzert N, Jørgensen PL (2015) On the management of life insurance company risk by strategic choice of product mix, investment strategy and surplus appropriation schemes.
- Insur Math Econ*
- 60, 83–97
- 
- Burkhart T, Reuß A, Zwiesler HJ (2015) Participating life insurance contracts under Solvency II: inheritance effects and allowance for a going concern reserve.
- Eur Actuar J*
- 5, 203–244
- 
- DAV (2019) Best estimate in der Lebensversicherung: Hinweis.
- 
- Diehl M, Horsky R, Reetz S, Sass J (2023) Long-term stability of a life insurer's balance sheet.
- Eur Actuar J*
- 13, 147–182
- 
- Gerstner T, Griebel M, Holtz M, Goschnick R, Haep M (2008) A general asset-liability management model for the efficient simulation of portfolios of life insurance policies.
- Insur Math Econ*
- 42, 704–716
- 
- Goffard P-O, Guerrault X (2015) Is it optimal to group policyholders by age, gender, and seniority for BEL computations based on model points?
- Eur Actuar J*
- 5, 165–180
- 
- Grosen A, Jørgensen PL (2000) Fair valuation of life insurance liabilities: the impact of interest rate guarantees, surrender options, and bonus policies.
- Insur Math Econ*
- 26, 37–57.
- 
- Kling A, Richter A, Ruß J (2007) The impact of surplus distribution on the risk exposure of with profit life insurance policies including interest rate guarantees.
- J Risk Insur*
- 74(3):571–589
- 
- Kiermayer M, Weiß C (2018) Grouping of contracts in insurance using neural networks.
- Scand Actuar J*
- 2021, 295–322
- 
- Kok C, Pancaro C, Berdin E (2017) A stochastic forward-looking model to assess the profitability and solvency of European insurers. Tech. rep. European Central Bank, Frankfurt
- 
- Krah AS, Nikolić Z, Korn R (2020) Machine learning in least-squares Monte Carlo proxy modeling of life insurance companies.
- Risks*
- 8, 21 p
- 
- Wang J, Liu T, Liu Q, He X, Luo H, He W (2019) Compression ratio modeling and estimation across error bounds for lossy compression.
- IEEE TPDS*
- 31, 1621–1635
- 
- Zaglauer K, Bauer D (2008) Risk-neutral valuation of participating life insurance contracts in a stochastic interest rate environment.
- Insur Math Econ*
- 43, 29–40